(abzugeben am Dienstag, 15.11.2016)

Aufgabe H05 *Massenpunkte an einem Faden* (3+1 Punkte)

Ein Massenpunkt der Masse m bewege sich (reibungsfrei) auf einer Ebene und ist über einen Faden mit einem Massenpunkt gleicher Masse verbunden. Die untere Masse soll sich dabei nur vertikal im homogenen Gravitationsfeld bewegen.

(a) Bestimmen Sie die Lagrangefunktion und leiten Sie daraus die Bewegungsgleichungen ab. Welche Erhaltungsgrößen besitzt das System, und wie lassen sich damit die Bewegungsgleichungen vereinfachen?

(b) Betrachten Sie das System im Gleichgewicht, d.h. für ruhende untere Masse. Bestimmen Sie die Winkelgeschwindigkeit der oberen Masse. Gibt es eine Ähnlichkeit mit einem bekannten mechanischen System?

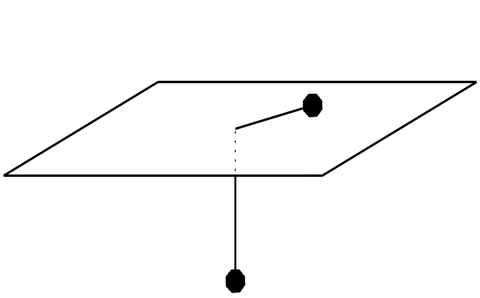

Abbildung 1: H05

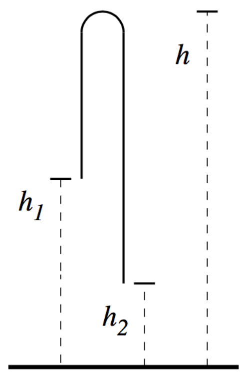

Abbildung 2: H06

Aufgabe H06 *Peitschenknall*[1] (3+3 Punkte)

Ein Seil der Länge l wird senkrecht in die Luft geworfen. Die Masse pro Längeneinheit $\rho = m/l$ sei konstant und der Luftwiderstand vernachlässigbar.

(a) Verwenden Sie die Größen h_1 und h_2 als Koordinaten, bestimmen Sie die Lagrangefunktion, und stellen Sie die Bewegungsgleichungen auf. (Vernachlässigen Sie das Teilstück des Knicks.)

(b) Substituieren Sie $h_1 - h_2 = x$ und stellen Sie damit die Bewegungsgleichung für das Wandern der Knickstelle auf. *Hinweis*: Entkoppeln Sie die Differentialgleichungen durch Addieren und Subtrahieren der Gleichungen. Zeigen Sie, daß $\dot{x}$ gegen unendlich geht, wenn der Knick das Seilende erreicht (Peitschenknall durch Überschallgeschwindigkeit.)

[1] der aus Ungarn stammende Physiker István Szabó trat gern mit einer reich verzierten ungarischen Hirtenpeitsche vor seine erstaunten Studenten und ließ die Peitsche „zur Überprüfung der Lagrangeschen Bewegungsgleichungen“ kunstvoll knallen. (Quelle: Die Zeit).